

2019-2024 年单招数学试题分类汇编

§1 集合

- 【2019 年第 1 题】已知集合 $M = \{x|x > -1\}$, $N = \{x|x^2 > 1\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$
A. $\{x|x > -1\}$ B. $\{x|x > 1 \text{ 或 } x < -1\}$
C. $\{x|x > 1\}$ D. $\{x|-1 < x < 1\}$
- 【2020 年第 1 题】已知集合 $A = \{x|4 < x < 10\}$, $B = \{x|x = n^2, n \in N\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
A. \emptyset B. $\{3\}$ C. $\{9\}$ D. $\{4, 9\}$
- 【2021 年第 1 题】设集合 $M = \{1, 3, 6\}$, $N = \{3, 4, 5\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$
A. $\{1, 4, 6\}$ B. $\{1, 4, 5, 6\}$ C. $\{3\}$ D. $\{1, 3, 4, 5, 6\}$
- 【2022 年第 1 题】若集合 $A = \{x|-1 < x < 4, x \in Z\}$, $B = \{x|-2 < x < 1, x \in Z\}$, 则 $A \cap B$ 的元素共有 (\quad)
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 【2023 年第 1 题】已知集合 $A = \{-2, 0, 1\}$, 集合 $B = \{x|-2 < x < 1, x \in Z\}$, 则 $A \cup B$ 中元素的个数为 (\quad)
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 【2024 年第 1 题】已知集合 $M = \{x|-7 < x < 3\}$, 集合 $N = \{x|-2 < x < 6\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$
A. $\{x|-7 < x < 6\}$ B. $\{x|-7 < x < 3\}$ C. $\{x|-2 < x < 6\}$ D. $\{x|-2 < x < 3\}$

§2 函数定义域/值域/函数单调性、对称性、奇偶性

- 【2019 年第 15 题】已知二次函数 $f(x) = ax^2 - 3a^2x - 1$, 若 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 单调递增, 则 a 的取值范围是 _____
- 【2020 年第 4 题】函数 $f(x) = \sqrt{3 - 4x + x^2}$ 的定义域为 (\quad)
A. R B. $[1, 3]$
C. $(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$ D. $[0, 1]$
- 【2020 年第 5 题】函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$ 图像的对称轴为 (\quad)

A. $x=1$ B. $x=\frac{1}{2}$ C. $x=-\frac{1}{2}$ D. $x=-1$

4. 【2020 年第 7 题】函数 $f(x) = \ln(-3x^2 + 1)$ 的单调递减区间为 ()

A. $(0, \frac{\sqrt{3}}{3})$ B. $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0)$ C. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ D. $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$

5. 【2021 年第 3 题】下列函数中既是增函数又是奇函数的是_____

A. $y = 3x$ B. $y = \frac{5}{x}$ C. $y = \ln x$ D. $y = -x^2 + 2x$

6. 【2021 年第 6 题】函数 $y = 2 - \sqrt{9 - x^2}$ 的定义域为_____

A. $[-3, 3]$ B. $[-9, 9]$ C. $[3, +\infty)$ D. $(-\infty, -3]$

【2021 年第 12 题】函数 $y = e^{|x|}$ 的最小值是_____

7. 【2022 年第 2 题】函数 $f(x) = \log_2 \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ 的定义域是 ()

A. $(-1, 3)$ B. $[-1, 3]$ C. $(-3, 1)$ D. $[-3, 1]$

8. 【2022 年第 3 题】下列函数中，为增函数的是 ()

A. $y = -\ln(x+1)$ B. $y = x^2 - 1$ C. $y = \frac{e^x}{2}$ D. $y = |x-1|$

9. 【2023 年第 2 题】已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0, \\ \log_3 x, & x > 0. \end{cases}$ 则 $f(f(\frac{1}{3})) =$ ()

A. -1 B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. 3

10. 【2024 年第 9 题】函数 $y = \log_3(x-2)$ 的定义域是_____.

11. 【2024 年第 10 题】函数 $y = -x^2 - 5x + 6$ 的单调递减区间为_____.

§3 不等式

1. 【2019 年第 5 题】若 $2^{x+5} > \frac{1}{4}$, 则 x 的取值范围为 ()

A. $(-7, +\infty)$ B. $(7, +\infty)$ C. $(-3, +\infty)$ D. $(3, +\infty)$

2. 【2020 年第 10 题】已知 $a = 0.2^{0.3}, b = 0.3^{0.3}, c = 0.2^{-0.2}$ 则 ()

A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $b < c < a$ D. $a < c < b$

3. 【2020 年第 13 题】不等式 $\log_{\frac{1}{2}} x > 2$ 的解集是_____.
4. 【2021 年第 13 题】不等式 $x^2 - 3x - 10 > 0$ 的解集是_____。
5. 【2022 年第 10 题】不等式 $|1 - x| > 2$ 的解集是_____.

§4 平面向量

1. 【2019 年第 2 题】已知向量 $\vec{a} = (1, 2), \vec{b} = (1, -3)$, 则 $|\vec{3a} + \vec{b}| =$ ()
 A、5 B、4 C、3 D、 $\sqrt{5}$
2. 【2020 年 12 题】已知向量 \vec{a}, \vec{b} , 满足 $|\vec{a}| = 2, |\vec{a} + \vec{b}| = 1$, 且 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 150° , 则 $|\vec{b}| =$ _____.
3. 【2021 年第 14 题】若向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5, |\vec{a} + \vec{b}| = 7$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____
4. 【2022 年第 11 题】若向量 a, b 满足 $|a| = 2, |b| = 3$, 且 a 与 b 的夹角为 120° , 则 $a \cdot b =$ _____
5. 【2023 年第 7 题】已知向量 $a = (1, 1), b = (-2, 0)$, 则 a 与 b 的夹角为
 A. 30° B. 45° C. 120° D. 135°
6. 【2023 年第 6 题】已知点 $A(2, 2), B(-2, 10)$, 点 C 满足 $\vec{BA} = 2\vec{AC}$, 则 C 的坐标为 ()
 A. $(4, -2)$ B. $(0, 6)$ C. $(-4, 14)$ D. $(-6, 18)$

§5 三角函数及解三角形

1. 【2019 年第 4 题】已知 $\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in Z)$, 则 $\tan \frac{\alpha}{2} =$ ()
 A. -1 B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1
2. 【2019 年第 10 题】函数 $f(x) = \sin x \cos x + \cos^2 x$ 的最大值为 ()
 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $1 + \sqrt{2}$
3. 【2019 年第 14 题】在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 2, BC = 3, AB = 4$, 则 $\cos C =$ _____;

4. 【2019 年第 17 题】已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 成等差数列
- (1) 求 B
 - (2) 求 $\sin A + \sqrt{3} \cos A$ 的最大值
5. 【2020 年第 3 题】函数 $f(x) = \sin^2 x + \cos 2x$ 的最小正周期是 ()
- A. 2π B. $\frac{3\pi}{2}$ C. π D. $\frac{\pi}{2}$
6. 【2020 年第 6 题】已知 $\tan x = -\frac{1}{3}$, 则 $\sin 2x =$ ()
- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $-\frac{3}{10}$ D. $-\frac{3}{5}$
7. 【2020 年第 17 题】 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , $B = 30^\circ$, $b = c + 1$.
- (1) 若 $c = 2$, 求 $\sin C$;
 - (2) 若 $\sin C = \frac{1}{4}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.
8. 【2021 年第 4 题】若 $\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$, 则 $\sin x =$ _____
- A. $-\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $-\frac{3}{4}$
9. 【2021 年第 5 题】 $\sin 168^\circ \cos 18^\circ - \sin 102^\circ \sin 198^\circ =$ _____
- A. $-\frac{1}{2}$ B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. 1
10. 【2021 年 17 题】记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a = 7, b = 8, \cos B = \frac{1}{7}$.
- (1) 求 c ;
 - (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .
11. 【2022 年第 4 题】函数 $y = 3 \sin x + 4 \cos x + 1$ 的最小值是 ()
- A. -7 B. -6 C. -5 D. -4
12. 【2022 年第 7 题】在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A = 60^\circ$, $AC = 2$, $BC = \sqrt{7}$, 则 $AB =$ ()
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

13. 【2022 年第 9 题】若 $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = -\frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\theta =$ _____;
14. 【2023 年第 4 题】已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin x + \cos x$, 则 ()
- A. $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{3} + 1$ B. $f(x)$ 的最小正周期为 π
- C. 曲线 $y=f(x)$ 关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称 D. 曲线 $y=f(x)$ 关于点 $(-\frac{\pi}{3}, 0)$ 对称
15. 【2023 年第 9 题】 $\cos 55^\circ \cos 10^\circ + \cos 35^\circ \sin 10^\circ =$ _____
16. 【2023 年第 11 题】记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a = \sqrt{3}, b = 1, c = 30^\circ$, 则 AB 边上的高为 _____。
17. 【2024 年第 2 题】函数 $y = \sin 3x \cdot \cos 3x$ 是 ()
- A. 最小正周期为 $\frac{\pi}{3}$ 的奇函数 B. 最小正周期为 $\frac{\pi}{3}$ 的偶函数
- C. 最小正周期为 $\frac{2\pi}{3}$ 的奇函数 D. 最小正周期为 $\frac{2\pi}{3}$ 的偶函数
18. 【2024 年第 13 题】在 $\triangle ABC$ 中, $B = \frac{\pi}{3}, AB = 5, \cos A = \frac{1}{7}$
- (1) 求 AC ; (2) 点 D 在边 BC 上, 且 $CD=3$, 求 $\triangle ABD$ 的面积.

§ 6 数列

1. 【2019 年第 8 题】等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , 若 $a_5 + a_6 + a_7 = 15$, 则 $S_{11} =$ ()
- A. 110 B. 80 C. 55 D. 30
2. 【2019 年第 13 题】已知数列 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, 且 $a_3, 3a_2, a_4$ 成等差数列, 则 $\{a_n\}$ 的公比为 _____。
3. 【2020 年第 2 题】1, 3 的等差中项是 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 【2020 年第 14 题】等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 + a_2 = \frac{3}{2}$, $a_4 + a_5 = 12$, 则 $a_3 =$ _____.
5. 【2021 年第 2 题】已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, 且 $a_{n+1} = a_n + 3$, 则 $a_n =$ ()
- A. $2n$ B. $3n - 1$ C. $3n - 4$ D. $5n - 3$

6. 【2021 年第 11 题】若 $\{a_n\}$ 是公比为 3 的等比数列，且 $a_1 + a_3 = 5$ ，则 $a_5 =$ _____。

7. 【2022 年第 15 题】

已知函数 $f(x) = \frac{x^3 + x + b}{x}$ ， $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_2 = f(1)$ ， $a_3 = f(2)$ ， $a_4 = f(3)$

(1) 求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和；

(2) 求 $f(x)$ 的极值。

8. 【2023 年第 3 题】记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_3 = 5$ ， $S_6 = 36$ ，则 $a_{10} =$ ()

A. 17 B. 19 C. 21 D. 23

9. 【2024 年第 5 题】在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + a_2 = 324$ ， $a_3 + a_4 = 36$ ，则 $a_5 + a_6 =$ ()

A. 2 B. 4 C. 9 D. 252

10. 【2024 年第 11 题】已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S = n^2 + n$ ，则其通项 $a_n =$ _____。

§7 解析几何

1. 【2019 年第 3 题】点 $(1, -1)$ 到直线 $x - 2y - 8 = 0$ 的距离是 ()

A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

2. 【2019 年第 9 题】若方程 $x^2 + y^2 + 4ax - 2y + 5a = 0$ 表示的曲线是圆，则 a 的取值范围是 ()

A. $(\frac{1}{4}, 1)$ B. $(-1, \frac{1}{4})$ C. $(-\infty, \frac{1}{4}) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (-\frac{1}{4}, +\infty)$

3. 【2019 年第 12 题】双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的离心率是 _____；

4. 【2019 年第 18 题】已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，焦距是 4

(1) 求 C 的方程；

(2) 过点 $(-3, 0)$ 且斜率为 k 的直线 l 与 C 相交于 A, B 两点， O 为坐标原点，当 $AO \perp OB$ 时，求 k 的值

5. 【2020 年第 8 题】若一个椭圆的两个焦点三等分它的长轴，则该椭圆的离心率为 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

6. 【2020 年第 9 题】双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线的倾斜角分别为 α 和 β ，则 $\cos \frac{\alpha + \beta}{2}$ ()

- A. 1 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 0

7. 【2020 年第 18 题】已知抛物线 C 的顶点在原点，焦点为 $F(-1,0)$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设 P 为 C 的准线上一点， Q 为直线 PF 与 C 的一个交点且 F 为 PQ 的中点，求 Q 的坐标及直线 PQ 的方程.

8. 【2021 年第 7 题】以双曲线 $C: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的中心为顶点， C 的左焦点为焦点的抛物线的方程为_____。

- A. $y^2 = 20x$ B. $y^2 = 10x$ C. $y^2 = -10x$ D. $y^2 = -20x$

9. 【2021 年第 15 题】若椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1,0)$ 和 $F_2(1,0)$ ，过 F_1 的直线交 C 于 A, B 两点，且 $\triangle ABF_2$ 的周长为 12，则 C 的方程为_____。

10. 【2021 年第 18 题】已知 $\odot M: (x-a)^2 + (x-a^2)^2 = 4$

(1) 当 $a=1$ 时，求 $\odot M$ 截直线 $x-y-2=0$ 所得弦的长;

(2) 求点 M 的轨迹方程。

11. 【2022 年第 5 题】已知 O 为坐标原点，点 $A(2,2)$ ， M 满足 $|AM| = 2|OM|$ ，则点 M 的轨迹方程为 ()

- A. $3x^2 + 3y^2 + 4x + 4y - 8 = 0$ B. $3x^2 + 3y^2 - 4x - 4y - 8 = 0$
C. $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 4 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 4 = 0$

12. 【2022 年第 14 题】

已知 O 是坐标原点，双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 与抛物线 $D: y^2 = \frac{1}{4}x$ 交于 A, B 两点，

$\triangle AOB$ 的面积为 4.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设 F_1, F_2 为 C 的左、右焦点, 点 P 在 D 上, 求所 $\overline{PF_1} \cdot \overline{PF_2}$ 的最小值.

13. 【2023 年第 12 题】 已知 F 为抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点, 过 F 的直线与 C 交于 A, B 两点, 若 $|AF|=2|BF|$, 则 $|AB|$ = _____。

14. 【2023 年第 15 题】 已知 O 是坐标原点, 点 $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 在椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$ 上

(1) 求 C 的方程 (2) 设 M, N 是 C 上两点, 且 $OM \perp ON$, 证明 $\frac{1}{|OM|^2} + \frac{1}{|ON|^2} = \frac{5}{4}$ 。

15. 【2024 年第 3 题】 双曲线 $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ 的焦点到渐近线的距离为()

A. 10 B. 8 C. 6 D. $\frac{5}{4}$

16. 【2024 年第 4 题】 抛物线 $x^2 = 2y$ 的焦点坐标为()

A. $(\frac{1}{8}, 0)$ B. $(\frac{1}{2}, 0)$ C. $(0, \frac{1}{8})$ D. $(0, \frac{1}{2})$

17. 【2024 年第 14 题】 已知椭圆 C 的中心为坐标原点, 焦点 F_1 和 F_2 在 x 轴上, 离心率为 $\frac{5}{7}$, 点 $(0, 2\sqrt{6})$ 在 C 上.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设点 M 在 C 上, $\angle F_1MF_2 = 90^\circ$, 求 $\triangle F_1MF_2$ 的面积.

§ 8 二项式定理

1. 【2019 年第 11 题】 (11) $(1+2x)^7$ 的展开式中 x^2 的系数是_____.

2. 【2020 年第 15 题】 $(x-3y)^5$ 的展开式中 x^2y^3 的系数为_____.

3. 【2021 年第 8 题】 $(x^2 - \frac{1}{2x})^6$ 的展开式中的常数项为 ()

A. $-\frac{15}{8}$ B. $\frac{15}{16}$ C. $-\frac{15}{16}$ D. $\frac{15}{8}$

4. 【2023 年第 6 题】 $(x - \frac{2}{\sqrt{x}})^{10}$ 的展开式中 x^7 的系数为 ()

A. 180 B. 45 C. - 45 D. - 180

5. 【2024 年第 8 题】 已知 $(2x-1)^7 = a_0x^7 + a_1x^6 + \dots + a_6x + a_7$, 则 $a_0 + a_1 + \dots + a_7$ = ()

A. -3^7 B. $-3^7 + 1$ C. 0 D. 1

§9 概率统计

1. 【2019年第7题】从1, 2, 3, 4, 5这5个数中, 任取2个不同的数, 其和为偶数的概率是()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{5}$

2. 【2020年第11题】从1,2,3,4,5中任取3个不同数字, 这3个数字之和是偶数的概率为_____.

3. 【2021年第9题】从4名女生、3名男生中任选4人做自愿者, 则其中至少有1名男生的不同选法共有()

- A. 12种 B. 34种 C. 35种 D. 168种

4. 【2021年第9题】从数字1, 2, 3, 4, 5中随机取3个不同的数字, 其和为偶数的概率为_____

5. 【2022年第6题】从3名男队员和3名女队员中各挑选1名队员, 则不同的挑选方法共有()

- A. 6种 B. 9种 C. 12种 D. 15种

6. 【2022年第13题】

某射击运动员各次射击成绩相互独立, 已知该运动员一次射击成绩为10环的概率为0.8, 9环的概率为0.1, 小于9环的概率为0.1. 该运动员共射击3次.

- (1) 求该运动员恰有2次成绩为9环的概率;
(2) 求该运动员3次成绩总和不小于29环的概率.

7. 【2023年第13题】甲、乙、丙3人参加国防知识竞赛, 设甲、乙、丙在竞赛中获得满分的概率分别为 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$, 且3人的竞赛成绩相互独立

- (1) 求恰有2人获得满分的概率 (2) 求至少有1人获得满分的概率

8. 【2024年第7题】从甲、乙、丙、丁4个人中任选2人组成志愿小组, 则甲被选中的概率为()

- A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

9. 【2024 年第 12 题】甲、乙等 5 名运动员排成一排，则甲、乙相邻的排法共有 () 种.

§ 10 空间几何

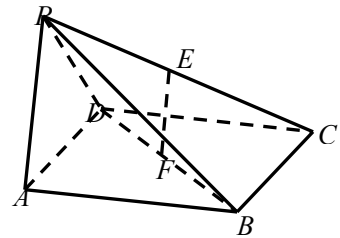
1. 【2019 年第 6 题】已知圆锥的母线长为 4，底面周长为 2π ，则圆锥的表面积为 ()

- A、 4π B、 5π C、 8π D、 9π

2. 【2019 年第 16 题】已知正四棱柱 $ABCD-A'B'C'D'$ 的底面边长为 2，点 P 是底面 $A'B'C'D'$ 的中心，且点 P 到直线 AB 的距离为 3，则 ΔPAC 的面积为_____

3. 【2019 年第 19 题】如图，四棱锥 P-ABCD 的底边是边长为 2 的正方形，侧面 $PAD \perp$ 底面 ABCD，且 $PA=PD=\sqrt{2}$ ，E、F 分别是 PC，BD 的中点

- (1) 证明： $EF \parallel$ 平面 PAD；
 (2) 求二面角 P-DB-A 的正切值



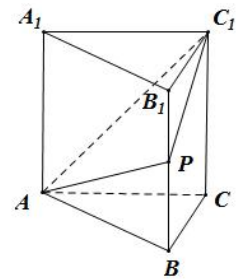
4. 【2020 年第 16 题】若平面 α, β, γ 满足 $\alpha \perp \gamma$ ， $\alpha \cap \gamma = a$ ， $\beta \perp \gamma$ ， $\beta \cap \gamma = b$ ，有下列四个判断：

- ① $\alpha \parallel \beta$ ② 当 $a \parallel \beta$ 时， $a \parallel b$
 ③ $a \perp \beta$ ④ 当 $\alpha \cap \beta = c$ 时， $c \perp \gamma$

其中，正确的是_____。（填写所有正确判断的序号）

5. 【2020 年第 19 题】如图，正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，P 为 BB_1 上一点， ΔAPC_1 为等腰直角三角形.

- (1) 证明 P 为 BB_1 的中点；
 (2) 证明：平面 $APC_1 \perp$ 平面 ACC_1A_1 ；
 (3) 求直线 PA 与平面 ABC 所成角的正弦值



6. 【2021 年第 10 题】已知 m, n 为两条直线， α, β 为两个平面，下述四个结论：

- ① 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$ ，则 $m \parallel n$ ；
 ② 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \beta, \alpha \perp \beta$ ，则 $m \perp n$ ；

③若 $m \perp \alpha, n \perp \beta, \alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel n$;

④若 $m \perp \alpha, n \perp \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $m \perp n$.

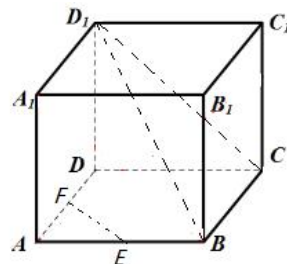
其中正确结论的编号是 D.

- A.①② B.②④ C.①④ D.③④

7. 【2021 年第 19 题】如图, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为 AB, AD 的中点.

(1) 证明: 直线 $EF \parallel$ 平面 CB_1D_1 ;

(2) 设 $AB = 2$, 求三棱锥 $B - CB_1D_1$ 的体积.



8. 【2023 年第 5 题】正方体的表面积为 6, 其顶点都在同一球面上, 则该球的体积为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$ B. π C. $\frac{3\sqrt{3}\pi}{2}$ D. 3π

9. 【2023 年第 8 题】正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 底面三角形的边长为 1, 点 P 为 AB 中点, $PC = PA_1$, 则 ()

- A. $AA_1 = 1$ B. $A_1C = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 C. $\tan \angle PAC_1 = 1$ D. $\triangle AB_1C$ 的面积为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$

10. 【2022 年第 8 题】长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是 AB 的中点, 且 $OD = OB_1$, 则 ()
 A. $AB = CC_1$ B. $AB = BC$ C. $\angle CBC_1 = 45^\circ$ D. $\angle BDB_1 = 45^\circ$

11. 【2022 年第 12 题】设 α, β, γ 是三个平面, 有下列四个命题:

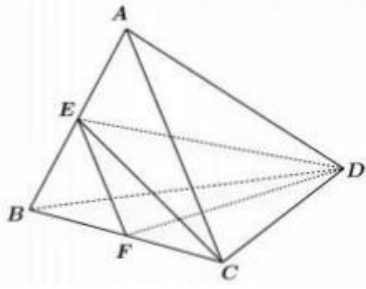
- ①若 $\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \perp \gamma$
 ②若 $\alpha \parallel \beta, \beta \parallel \gamma$, 则 $\alpha \parallel \gamma$
 ③若 $\alpha \perp \beta, \beta \parallel \gamma$, 则 $\alpha \perp \gamma$
 ④若 $\alpha \parallel \beta, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \gamma$

其中所有真命题的序号是 ② ③

12. 【2024 年第 15 题】在四面体 ABCD 中, 点 E、F 分别为 AB、BC 的中点.

(1) 证明: $AC \parallel$ 平面 DEF;

(2) 求四面体 CDEF 的体积与四面体 ABCD 的体积的比值.



§ 11 导数

1. 【2022 年第 15 题】

已知函数 $f(x) = \frac{x^3 + x + b}{x}$, $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_2 = f(1), a_3 = f(2), a_4 = f(3)$

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和;
- (2) 求 $f(x)$ 的极值.

2. 【2023 年第 10 题】 已知函数 $f(x) = mx^3 - (m + 1)x^2$ 在区间 $(1, +\infty)$ 单调递增, 则 m 的取值范围是_____。

3. 【2023 年第 14 题】 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + ax}{2x^2 + 1}$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线与直线 $2x - y + 1 = 0$ 平行.

- (1) 求 a ;
- (2) 求 $f(x)$ 的极值。