目录

初中常用知识点

——基础运算篇

（1）$\left|f(x)\right| \geq a \Rightarrow -a \leq f(x)$或$f(x) \geq -a$；$\left|f(x)\right| \leq a \Rightarrow -a \leq f(x) \leq a$

（2）$ax^2+bx+c \geq 0$(或$ax^2+bx+c \leq 0$)

①a为正：②求出$ax^2+bx+c=0$的两个根；③用口诀“大于零取两边、小于零取中间”

（3）$\dfrac{ax+b}{cx+d}>0$[或$\dfrac{ax+b}{cx+d}<0$]$\Rightarrow (ax+b)(cx+d)>0$[或$(ax+b)(cx+d)<0$]

$\dfrac{ax+b}{cx+d} \geq 0$[或$\dfrac{ax+b}{cx+d} \leq 0$]$\Rightarrow (ax+b)(cx+d) \geq 0$[或$(ax+b)(cx+d) \leq 0$]

{注意：计算时先把a和c变为正}

（4）配方：$x^2+px+q=0 \Rightarrow x^2+px+\left(\dfrac{p}{2}\right)^2-\left(\dfrac{p}{2}\right)^2+q=0 \Rightarrow \left(x+\dfrac{p}{2}\right)^2=\left(\dfrac{p}{2}\right)^2-q$

$$ax^2+bx+c=0 \Rightarrow a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c=0 \Rightarrow a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right)-\frac{b^2}{4a}+c=0$$

（5）韦达定理

$ax^2+bx+c=0,$

$$\Delta=b^2-4ac\begin{cases}\Delta>0,\text{有两个不相等的实数根}\\ \Delta=0\text{，有两个相等的实数根}\\ \Delta<0,\text{无实根}\end{cases}$$

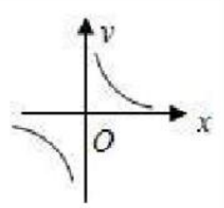
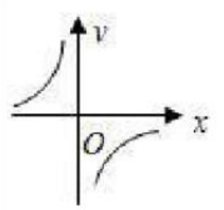
所以当$\Delta \geq 0$时，x_1、x_2为一元二次的两个根

$x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}, x_1 \bullet x_2=\dfrac{c}{a}$

——函数篇

一、一次函数：$y=kx+b$ $\begin{cases}(1)k>0, y\text{随}x\text{的增大而增大，直线从左到右呈上升趋势}\\ (2)k<0, y\text{随}x\text{的增大而减小，直线从左到右呈下降趋势}\end{cases}$

二、反比例函数：

反比例函数	$y=\dfrac{k}{x}$（$k \neq 0$）	
k的符号	$k>0$	$k<0$
图像		
性质	① x 的取值范围是 $x \neq 0$，y 的取值范围是 $y \neq 0$ ②当 $k>0$ 时，函数图像的两个分支分别在第一、第三象限，在每个象限内，y 随 x 的增大而减小。	① x 的取值范围是 $x \neq 0$，y 的取值范围是 $y \neq 0$ ②当 $k<0$ 时，函数图像的两个分支分别在第二、第四象限，在每个象限内，y 随 x 的增大而增大。

三、二次函数：

（1）二次函数图象的对称轴和顶点坐标

二次函数的图象是一条抛物线，它的对称轴是直线 x=$-\dfrac{b}{2a}$，顶点坐标是（$-\dfrac{b}{2a}$，$\dfrac{4ac-b^2}{4a}$）.

（2）抛物线与 a、b、c 的关系

抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 中

①当 a>0 时，开口向上，

在对称轴 x=$-\dfrac{b}{2a}$ 的左侧 y 随 x 的增大而减小，在对称轴的右侧，y 随 x 的增大而增大；

②当 a<0 时，开口向下，在对称轴的右侧，y 随 x 的增大而增大，在对称轴的右侧，y 随 x 的增大而减小.

高中常用知识点

——函数篇

一、集合

R为实数集；Q为有理数集；Z为整数集；N为自然数集；N^+为正整数集

子集：一个集合 A 有 n 个元素，则它的 ①子集有 2^n 个；②真子集有 2^n-1 个;③非空子集有 2^n-1 个；④非空真子集有 2^n-2 个.

$\bigcap$下交（共有）;$\bigcup$上并（合并）；C为补（自己没有的）

二、基本初等函数

1、定义域：

$$(1)\frac{1}{g(x)} \Rightarrow g(x) \neq 0; \qquad (2)\sqrt{g(x)} \Rightarrow g(x) \geq 0;$$

$$(3)\left(g(x)\right)^0 \Rightarrow g(x) \neq 0; \qquad (4)\log_a\left(g(x)\right) \Rightarrow g(x) > 0$$

指数运算：$a^m \bullet a^n = a^{m+n}$、$\left(a^m\right)^n = a^{mn}$、$\left(ab\right)^n = a^n b^n$、$a^m \div a^n = a^{m-n}$,$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$,$a^{-p} = \dfrac{1}{a^p}$

对数运算：$\log_{a^m} b^n = \dfrac{n}{m}\log_a b \qquad \log_a M + \log_a N = \log_a MN \qquad \log_a M - \log_a N = \log_a \dfrac{M}{N}$

$$a^{\log_a N} = N \qquad \log_a a^N = N \qquad \log_a a = 1 \qquad \log_a 1 = 0$$

2、奇偶性：

$(1) f(x) = f(-x) \Rightarrow f(x)$为偶函数，图像关于y轴对称

$(2) f(x) = -f(-x) \Rightarrow f(x)$为奇函数，图像关于原点对称

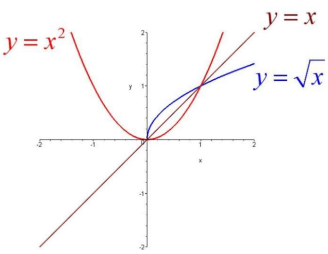
常见的奇函数： $y = kx \qquad y = ax^3 \qquad y = A\sin\omega x$

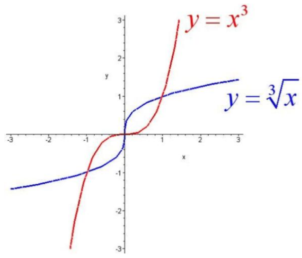
常见的偶函数： $y = ax^2 + b; \qquad y = A\cos\omega x \qquad y = f(|x|) \Rightarrow$ 及对函数中所有的x加绝对值

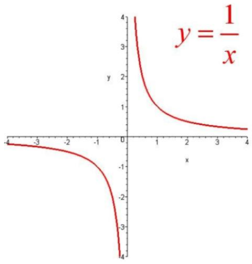
3、反函数：$y=f(x)$的反函数$f^{-1}(x)$为$x=f(y)$

4、常见函数图像

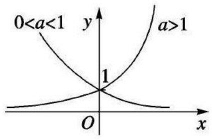
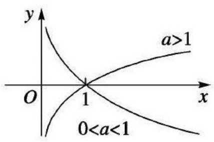
幂函数 $y=x^{\alpha}$



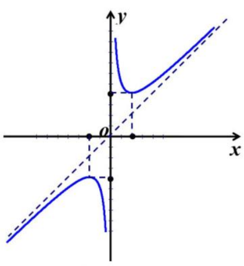




指数函数与对数函数

	指数函数	对数函数
定义	函数 $y=a^x(a>0，a\neq 1，x\in R)$叫指数函数	函数 $y=\log_a x(a>0，a\neq 1，x>0)$ 叫对数函数
值域	(0，+∞)	(−∞，+∞)
图象		

双勾函数 $y=x+\dfrac{k}{x}(k>0)$



三、三角函数及解三角形

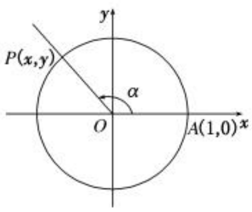
	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

$r=\sqrt{x^2+y^2}$

$\sin\alpha=\frac{y}{r}$

$\cos\alpha=\frac{x}{r}$

$\tan\alpha=\frac{y}{x}$



1．诱导公式

对于“$\frac{k\pi}{2}\pm\alpha$，$k\in\mathbf{Z}$ 的三角函数值”与“α角的三角函数值”的关系可按下面口诀记忆：

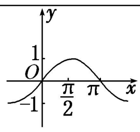
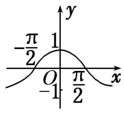
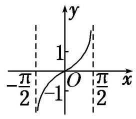
奇变偶不变，符号看象限．

(1)“变”与“不变”是针对互余关系的函数而言的．

(2)“奇”“偶”是对诱导公式 $k\cdot\frac{\pi}{2}\pm\alpha$中的整数 k 来讲的．

(3)“象限”指 $k\cdot\frac{\pi}{2}\pm\alpha$中，将$\alpha$看成锐角时，$k\cdot\frac{\pi}{2}\pm\alpha$所在的象限，再根据“一全正，二正弦，三正切，四余弦”的符号规律确定原函数值的符号．

2．常用三种三角函数的性质

函数	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
图像			
单调性	在$\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$上单调递增；在$\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3\pi}{2}+2k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$上单调递减	在$[-\pi+2k\pi，2k\pi](k\in\mathbf{Z})$上单调递增；在$[2k\pi，\pi+2k\pi](k\in\mathbf{Z})$上单调递减	在$\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi，\frac{\pi}{2}+k\pi\right)(k\in\mathbf{Z})$上单调递增
函数	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
对称性	对称中心：$(k\pi，0)(k\in\mathbf{Z})$；对称轴：$x=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$	对称中心：$\left(\frac{\pi}{2}+k\pi，0\right)(k\in\mathbf{Z})$；对称轴：$x=k\pi(k\in\mathbf{Z})$	对称中心：$\left(\frac{k\pi}{2}，0\right)(k\in\mathbf{Z})$

3．三角函数的两种常见变换

(1)$y=\sin x\xrightarrow[\text{平移}|\varphi|\text{个单位}]{\text{向左}(\varphi>0)\text{或向右}(\varphi<0)}y=\sin(x+\varphi)\xrightarrow[\text{纵坐标不变}]{\text{横坐标变为原来的}\frac{1}{\omega}\text{倍}}y=\sin(\omega x+\varphi)$

$\xrightarrow[\text{横坐标不变}]{\text{纵坐标变为原来的}A\text{倍}}y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0，\omega>0)$．

(2)$y=\sin x\xrightarrow[\text{纵坐标不变}]{\text{横坐标变为原来的}\frac{1}{\omega}\text{倍}}y=\sin \omega x\xrightarrow[\text{平移}\left|\frac{\varphi}{\omega}\right|\text{个单位}]{\text{向左}(\varphi>0)\text{或向右}(\varphi<0)}y=\sin(\omega x+\varphi)$

$\xrightarrow[\text{横坐标不变}]{\text{纵坐标变为原来的}A\text{倍}}y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0，\omega>0)$

4．两角和差公式

(1)两角和与差的正弦、余弦、正切公式

①$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin \alpha\cos \beta\pm\cos \alpha\sin \beta$.

②$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos \alpha\cos \beta\mp\sin \alpha\sin \beta$.

辅助角公式

$$a\sin\theta\pm b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta\pm\varphi),\tan\varphi=\frac{|b|}{|a|}$$

$$a\cos\theta\pm b\sin\theta=\sqrt{a^2+b^2}\cos(\theta\mp\varphi),\tan\varphi=\frac{|b|}{|a|}$$

③$\tan(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\tan \alpha\pm\tan \beta}{1\mp\tan \alpha\tan \beta}$.

(2)二倍角的正弦、余弦、正切公式

①$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$.

②$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$. $\xrightarrow{\text{降幂扩角}}$ $\begin{cases} \cos^2\alpha = \dfrac{1+\cos 2\alpha}{2} \\ \sin^2\alpha = \dfrac{1-\cos 2\alpha}{2} \\ \sin\alpha \cdot \cos\alpha = \dfrac{1}{2}\sin 2\alpha \end{cases}$

③$\tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$.

5．正余弦定理

在ΔABC中

$$\begin{cases} \sin(B+C) = \sin A \\ \sin(A+C) = \sin B \\ \sin(A+B) = \sin C \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(B+C) = -\cos A \\ \cos(A+C) = -\cos B \\ \cos(A+B) = -\cos C \end{cases}$$

(1)正弦定理

$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$($2R$ 为$\triangle ABC$ 外接圆的直径).

(边角互化：每一项边的次数都相同，则就把边化成 sin；每一项的 sin 的次数相同，则可以把 sin 化成对应的边)

(2)余弦定理

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$，$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$，$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$.

推论：$\cos A = \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，$\cos B = \dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，$\cos C = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$.

四、数列

	等差数列	等比数列
通项公式	$a_n=a_1+(n-1)d$	$a_n=a_1q^{n-1}$
前 n 项和公式	$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$	$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{a_1-a_nq}{1-q}$
性质	①当 $m+n=p+q$（m,n,p,q为正整数）时，则有 $\boxed{a_m+a_n=a_p+a_q}$ ②当 $m+n=2p$ 时，则有 $\boxed{a_m+a_n=2a_p}$ ③ $a_n=a_m+(n-m)d$ ④若 a、b、c 成等差数列，则 $a+c=2b$	①当 $m+n=p+q$（m,n,p,q为正整数）时，则有 $\boxed{a_m\cdot a_n=a_p\cdot a_q}$ ②当 $m+n=2p$ 时，则有 $\boxed{a_m\cdot a_n={a_p}^2}$ ③ $a_n=a_mq^{(n-m)}$ ④若 a、b、c 成等比数列，则 $a\cdot c=b^2$

单调性	①当 $d>0$，数列 $\{a_n\}$ 是单调递增数列，若 $a_1<0$，则数列的前 n 项和 S_n 存在最小值，求出 $a_n<0$ 的项求其和 ②当 $d<0$，数列 $\{a_n\}$ 是单调递增数列，若 $a_1>0$，则数列的前 n 项和 S_n 存在最大值，求出 $a_n>0$ 的项求其和	⑴当 $q>1$ 时： ① $a_1>0$，数列 $\{a_n\}$ 是单调递减数列 ② $a_1<0$，数列 $\{a_n\}$ 是单调递增数列 ⑵当 $0<q<1$ 时： ① $a_1>0$，数列 $\{a_n\}$ 是单调递增数列 ② $a_1<0$，数列 $\{a_n\}$ 是单调递减数列

证明数列是等差数列：只要证明 $a_n-a_{n-1}=d$，d 为常数

证明数列是等比数列：只要证明 $\frac{a_n}{a_{n-1}}=q$，q 为常数

常用的公式 $a_n=S_n-S_{n-1}$(n为大于**2**的整数)
$a_1=S_1$

——几何篇

一、平面向量

1、坐标运算

（1）$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)\xrightarrow{\text{终减始}}\overrightarrow{AB}=\left(x_2-x_1,y_2-y_1\right)$

（2）$\vec{a}=\left(x_1,y_1\right),\vec{b}=\left(x_2,y_2\right)\Rightarrow\left|\vec{a}\right|=\sqrt{{x_1}^2+{y_1}^2}$

①$\vec{a}\pm\vec{b}=\left(x_1\pm x_2,y_1\pm y_2\right)$

②$\vec{a}\bullet\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\bullet\left|\vec{b}\right|\cos<\vec{a},\vec{b}>=x_1x_2+y_1y_2$

③$\lambda\vec{a}=(\lambda x_1,\lambda y_1)$

（3）两向量平行（或共线）$\vec{a}//\vec{b}\Rightarrow\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{y_1}{y_2}$

（4）两向量垂直 $\vec{a}\bullet\vec{b}=0\Rightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$

2、向量运算

$$\left|\vec{a}\pm\vec{b}\right|=\sqrt{\left(\vec{a}\pm\vec{b}\right)^2}=\sqrt{\vec{a}^2+\vec{b}^2\pm2\vec{a}\bullet\vec{b}}=\sqrt{\vec{a}^2+\vec{b}^2\pm2\left|\vec{a}\right|\bullet\left|\vec{b}\right|\cos<\vec{a},\vec{b}>}$$

二、直线

（1）$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

①两点连线的斜率：$k=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$；　②中点：$\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$

③两点间的距离：$\left|AB\right|=\sqrt{\left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2}$

④点 $P(x_0,y_0)$ 到直线 $Ax+By+C=0$ 的距离：$d=\dfrac{\left|Ax_0+By_0+C\right|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

⑤

（2）两直线平行：$\begin{cases}y=k_1x+b_1\\y=k_2x+b_2\end{cases}\Rightarrow k_1=k_2$　或　$\begin{cases}l_1:A_1x+B_1y+C_1=0\\l_2:A_2x+B_2y+C_2=0\end{cases}$若$l_1//l_2$，则$\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}$

（3）两直线垂直：$\begin{cases}y=k_1x+b_1\\y=k_2x+b_2\end{cases}\Rightarrow k_1\bullet k_2=-1$　或　$\begin{cases}l_1:A_1x+B_1y+C_1=0\\l_2:A_2x+B_2y+C_2=0\end{cases}$若$l_1\perp l_2$，则$A_1A_2+B_1B_2=0$

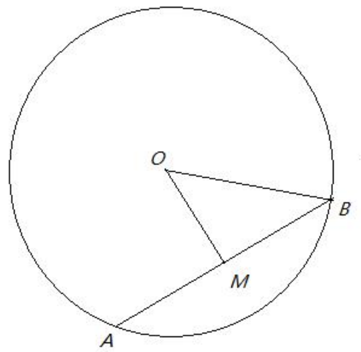
三、圆

⑴ $\left(x-a\right)^2+(y-b)^2=r^2$: 圆心为 $\left(a,b\right)$, 半径为r

⑵ $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$:

① $D^2+E^2-4F>0$ 表示圆；②圆心：$\left(-\dfrac{D}{2},-\dfrac{E}{2}\right)$；③半径：$r=\dfrac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}$

(3) 直线被圆所截的弦长：$\left|AB\right|=2\sqrt{r^2-d^2}$（$d$是圆心到直线的距离）



(4) 直线与圆的位置关系

利用圆心到直线的距离 d 与半径 r 的关系

① $d>r$：直线与圆相离

② $d=r$：直线与圆相切

③ $d<r$：直线与圆相交

(5) 切线的求法：

过点 P (x_0,y_0) 做圆 $\left(x-a\right)^2+(y-b)^2=r^2$: 圆心为 $\left(a,b\right)$, 半径为r 的切线

步骤一：先判断 P (x_0,y_0) 是否在圆上

步骤二：①若在圆上，则先求 P 与圆心 (a,b) 的连线的斜率 $k_{op}=\dfrac{y_0-b}{x_0-a}$， $k_{op}\cdot k_l=-1$，求 k_l，

则切线方程为 $y-y_0=k_l(x-x_0)$；

②若在圆外，则设切线方程为 $y-y_0=k(x-x_0)$，利用点到直线的距离 $d=\dfrac{\left|Ax+By+C\right|}{\sqrt{A^2+B^2}}=r$ 求 k

若求出的 k 只有一个解，则另外一条切线为 $x=x_0$

(6) 圆与圆的位置关系

(1)利用两圆心间的距离与两半径和、半径差的关系

① $d_{O_1O_2}>R+r$：两圆外离　　② $d_{O_1O_2}=R+r$：两圆外切

③ $R-r<d_{O_1O_2}<R+r$：两圆相交　　④ $0<d_{O_1O_2}<R-r$：两圆内含

⑤ $d_{O_1O_2}=0$：两圆为同心圆

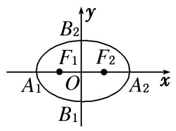
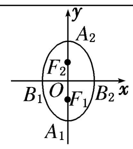
(2)若圆 $x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1=0$ 与圆 $x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2=0$ 相交，则相交弦所在的直线为

$\left(x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1\right)-\left(x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2\right)=0$

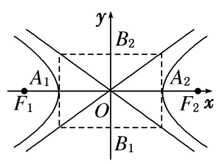
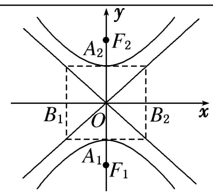
即 $\left(D_1-D_2\right)x+\left(E_1-E_2\right)y+\left(F_1-F_2\right)=0$

四、圆锥曲线

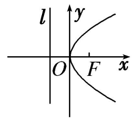
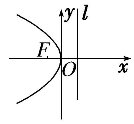
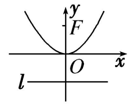
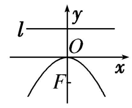
1、椭圆（谁的分母大，焦点在哪个轴）

焦点 的位置	焦点在 x 轴上	焦点在 y 轴上
图形		
标准方程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$	$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$
范围	$-a\leqslant x\leqslant a$ 且 $-b\leqslant y\leqslant b$	$-b\leqslant x\leqslant b$ 且 $-a\leqslant y\leqslant a$
顶点	$A_1(-a,0)$，$A_2(a,0)$， $B_1(0,-b)$，$B_2(0,b)$	$A_1(0,-a)$，$A_2(0,a)$， $B_1(-b,0)$，$B_2(b,0)$
轴长	短轴长＝$2b$，长轴长＝$2a$	
焦点	$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$	$F_1(0,-c)$，$F_2(0,c)$
焦距	$\lvert F_1F_2\rvert=2c$	
对称性	对称轴 x 轴和 y 轴，对称中心$(0,0)$	
离心率	$e=\frac{c}{a}(0<e<1)$	

2、双曲线（看哪个是正，焦点就在哪轴上）

标准方程		$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$	$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$
图形			
性质	焦点	$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$	$F_1(0,-c)$，$F_2(0,c)$
	焦距	$\lvert F_1F_2\rvert=2c$	
	范围	$x\leqslant -a$ 或 $x\geqslant a$，$y\in \mathbf{R}$	$y\leqslant -a$ 或 $y\geqslant a$，$x\in \mathbf{R}$
	对称性	对称轴：坐标轴；对称中心：原点	
	顶点	$A_1(-a,0)$，$A_2(a,0)$	$A_1(0,-a)$，$A_2(0,a)$
	轴	实轴：线段 A_1A_2，长：$2a$；虚轴：线段 B_1B_2，长：$2b$； 半实轴长：a，半虚轴长：b	
	离心率	$e=\frac{c}{a}\in(1,+\infty)$	
	渐近线	$y=\pm\frac{b}{a}x$	$y=\pm\frac{a}{b}x$
求渐近线：把 1 换成 0			

3、抛物线（**看谁是一次，那焦点就在那条轴上**）

类型		$y^2=2px(p>0)$	$y^2=-2px(p>0)$	$x^2=2py(p>0)$	$x^2=-2py(p>0)$
图形					
焦点		$\left(\frac{p}{2},0\right)$	$\left(-\frac{p}{2},0\right)$	$\left(0,\frac{p}{2}\right)$	$\left(0,-\frac{p}{2}\right)$
准线		$x=-\frac{p}{2}$	$x=\frac{p}{2}$	$y=-\frac{p}{2}$	$y=\frac{p}{2}$
性质	范围	**$x\geqslant 0$，$y\in \mathbf{R}$**	**$x\leqslant 0$，$y\in \mathbf{R}$**	**$x\in \mathbf{R}$，$y\geqslant 0$**	**$x\in \mathbf{R}$，$y\leqslant 0$**
	对称轴	**x 轴**		**y 轴**	
	顶点	**$O(0,0)$**			
	离心率	**$e=1$**			
	开口方向	向右	向左	向上	向下

4、直线与圆锥曲线

（1）位置关系：

联立方程，写成一元二次方程的形式，判断

$$\Delta=b^2-4ac\begin{cases}\Delta>0,\text{直线与圆锥曲线相交（有两个交点）}\\ \Delta=0,\text{直线与圆锥曲线相切（只有一个交点）}\\ \Delta<0,\text{直线与圆锥曲线相离，（无交点）}\end{cases}$$

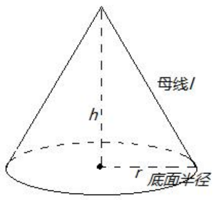
（2）弦长公式:

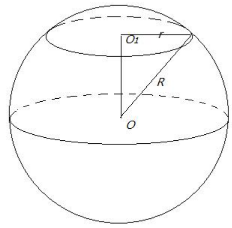
联立直线与圆锥曲线的方程，利用韦达定理求出 x_1+x_2 和 x_1x_2

利用弦长公式 $|AB|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$（k为直线的斜率）

空间几何

1、圆锥母线长(l)和底面半径(r)和高(h)的关系：$l^2=r^2+h^2$

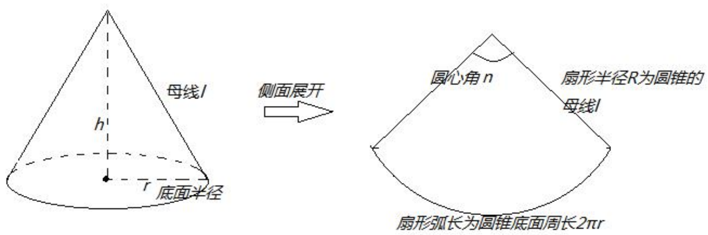




球的任何截面的圆心和球心的连线必定与截面垂直

$R^2=r^2+OO_1^2$

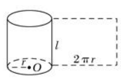
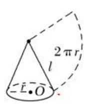
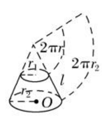
2、扇形与圆锥



扇形$r=\frac{n}{360}R$；扇形的弧长$\frac{n}{360}2\pi R$，面积为$\frac{n}{360}\pi R^2$（或者是扇形半径乘于扇形弧长的一半$\frac{1}{2}l\bullet 2\pi r$）

3、立体几何（平行与垂直）

（1）.圆柱、圆锥、圆台的侧面展开图及侧面积公式

	圆柱	圆锥	圆台
侧面展开图			
侧面积公式	$S_{圆柱侧}=\underline{2\pi rl}$	$S_{圆锥侧}=\underline{\pi rl}$	$S_{圆台侧}=\underline{\pi(r_1+r_2)l}$

（2）柱、锥、台和球的表面积和体积

	表面积	体积
柱体(棱柱和圆柱)	$S_{表面积}=S_{侧}+2S_{底}$	$V=\underline{Sh}$
锥体(棱锥和圆锥)	$S_{表面积}=S_{侧}+S_{底}$	$V=\underline{\frac{1}{3}Sh}$
台体(棱台和圆台)	$S_{表面积}=S_{侧}+S_{上}+S_{下}$	$V=\frac{1}{3}(S_{上}+S_{下}+\sqrt{S_{上}S_{下}})h$
球	$S=\underline{4\pi R^2}$	$V=\underline{\frac{4}{3}\pi R^3}$

*****设长方体的长宽高分别为 a、b、c，则其外接球直径为其体对角线$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$（正方体则为$\sqrt{3}a$）**

4 平行

线线平行

(1) “三线八角”—同位角相等、内错角相等、同旁内角互补

(2) 中位线：（三角形的中位线、梯形的中位线）遇中点

(3) 平行四边形：
- 两组对边分别相等
- 对边平行且相等
- 对角线互相平分
- 两组对角相等

(4) 在同一平面中，同垂直于一条直线的两直线平行

(5) 空间中，垂直于同一平面的两直线平行

(6) 棱柱中，侧棱平行、上下底面相似且平行

(7) 棱台中，上下底面平行且相似

$$\begin{cases} a//b \\ b\subset\alpha \\ a\not\subset\alpha \end{cases} \Rightarrow a//\alpha$$

线面平行

$$a//b \Leftarrow \begin{cases} a//\alpha \\ a\subset\beta \\ \alpha\cap\beta=b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha//\beta \\ \forall a\subset\alpha \\ 或\forall b\subset\beta \end{cases} \Rightarrow a//\beta(或b//\alpha)$$

$$\begin{cases} a//\alpha \\ b//\alpha \\ a\cap b=A \\ a、b\subset\beta \end{cases} \Rightarrow \alpha//\beta$$

$$\begin{cases} \alpha//\beta \\ \gamma\cap\alpha=a \\ \gamma\cap\beta=b \end{cases} \Rightarrow a//b$$

面面平行

5、垂直

线线垂直

(1) 勾股定理（当题目中边的数据都有时）

(2) 等腰三角形“三线合一”（等腰三角形底边的中线、高、顶角角平分线）

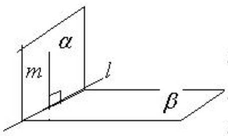
(3) 菱形的对角线互相垂直

(4) 正方形、矩形的内角

(5) 直径所对的圆周角等于**90°**

$$\begin{cases} l\perp a \\ l\perp b \\ a\cap b=A \\ a、b\subset\alpha \end{cases} \Rightarrow l\perp\alpha$$

$$\begin{cases} l\perp\alpha \\ \forall m\subset\alpha \end{cases} \Rightarrow l\perp m$$



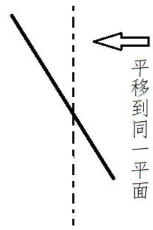
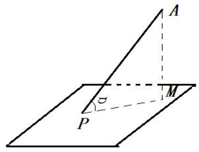
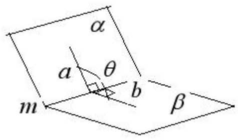
$$\left.\begin{matrix} \alpha\perp\beta \\ \alpha\cap\beta=l \\ m\subset\alpha \\ m\perp l \end{matrix}\right\} \Rightarrow m\perp\beta$$

面面垂直

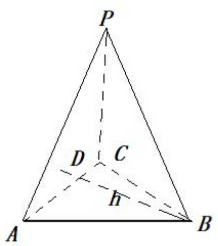
线面垂直

$$\begin{cases} l\perp\alpha \\ l\subset\beta \end{cases} \Rightarrow \alpha\perp\beta$$

6、空间角

角的分类	图解	范围
异面直线所成的角		**$(0,\frac{\pi}{2}]$**
直线与平面所成的角	 过A作面α的垂线，垂足为M连接PM， 则$\angle APM$为所求角	**$[0,\frac{\pi}{2}]$**
二面角	 分别在α、β找到两条线a、b与α和β的交线m垂直， 两线的夹角为所求二面角	**[0，π]**

点到面的距离：用等体积法



$$V_{P-ABC}=V_{B-PAC}=\frac{1}{3}S_{\Delta PAC}\cdot h$$

——统计概率篇

一、二项式定理

$$\sqrt[n]{x^m}=x^{\frac{m}{n}},\frac{1}{x^p}=x^{-p}$$

$$\left(ax+by\right)^n$$

(1) 通向公式$\mathrm{C}_n^k\left(ax\right)^{n-k}\left(by\right)^k=\mathrm{C}_n^k a^{n-k}x^{n-k}b^k y^k=\underbrace{\mathrm{C}_n^k a^{n-k}b^k}_{\text{系数}}x^{n-k}y^k$

$(2)\left(b+kx\right)^n=a_0+a_1x+a_2x+\cdots a_nx^n$

①求$a_0\to$令$x=0$

②求$a_0+a_1+a_2+\cdots a_n\to$令$x=1$

二、二项式分布

重复一个实验 n 次，每次实验互相独立，实验成功的概率为 p，则成功 k 次的概率为$C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

——导数篇

①基本初等函数的导数公式

函数	导数
$f(x)=C$	$f'(x)=0$
$f(x)=x^{\alpha}$	$f'(x)=\alpha x^{\alpha-1}$（$\alpha$ 为常数）
$f(x)=a^{x}$	$f'(x)=a^{x}\ln a\,(a>0,且a\neq 1)$
$f(x)=\log_a x$	$f'(x)=\dfrac{1}{x}\log_a e=\dfrac{1}{x\ln a}(a>0且a\neq 1)$
$f(x)=e^{x}$	$f'(x)=e^{x}$
$f(x)=\ln x$	$f'(x)=\dfrac{1}{x}$
$f(x)=\sin x$	$f'(x)=\cos x$
$f(x)=\cos x$	$f'(x)=-\sin x$

②导数的四则运算法则

1）$\left[f(x)\pm g(x)\right]'=f'(x)\pm g'(x)$；（求导之后再相加减）

2）$\left[f(x)g(x)\right]'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$；（前导后不导加上前不导后导）

3）$\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]'=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^{2}(x)}\left(g(x)\neq 0\right)$；（分母的平方分之上导下不导减去上不导下导）

4）复合函数的导数:若 $y=f(u),u=g(x)$，则 $y_x'=y_u'\cdot u_x'$.